

Prof. Dr. Alfred Toth

Morphismen als qualitative semiotische Abbildungen

1. Wie bekannt, werden für die von Bense (1975, S. 37) eingeführte quantitative semiotische Matrix

	.1	.2	.3
1.	1.1.	1.2	1.3
2.	2.1	2.2	2.3
3.	3.1	3.2	3.3

im Sinne einer kategorietheoretischen Grundlegung der Semiotik (vgl. Bense 1981, S. 124 ff.) folgende Morphismen benötigt

$$\alpha: (.1.) \rightarrow (.2.)$$

$$\beta: (.2.) \rightarrow (.3.)$$

$$\text{id}_x: (.x.) \rightarrow (.x.) \text{ (für } x \in \{1, 2, 3\}),$$

ferner der komponierte Morphismus

$$\beta\alpha: (.1.) \rightarrow (.3.)$$

und die konversen Morphismen

$$\alpha^\circ: (.2.) \rightarrow (.1.)$$

$$\beta^\circ: (.3.) \rightarrow (.2.)$$

$$\alpha^\circ\beta^\circ: (.3.) \rightarrow (.1.).$$

2. Gehen wir hingegen von der in Toth (2015) eingeführten qualitativen semiotischen Matrix

0	1	2
1	1	2
2	2	2

aus, die aus der quantitativen Matrix durch die quantitativ-qualitativen Transformationen

1.1 $\rightarrow$ 0

1.2, 2.1, 2.2 $\rightarrow$ 1

1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3 $\rightarrow$ 2

erzeugbar ist, so werden alle einander dualen (aber nicht selbstdualen) Abbildungen auf die gleiche ortsfunktionale Zahl abgebildet, d.h. zueinander duale Subzeichen der Form $S = (x.y)$ mit $x \neq y$ unterscheiden sich zwar nicht in ihrem Zahlenwert, aber in ihrem ontischen Ort. Dadurch werden also die Trichotomien wie folgt neu geordnet

(1.1, 1.2, 1.3) $\rightarrow$ (1.1)

(2.1, 2.2, 2.3) $\rightarrow$ (1.2, 2.1, 2.2)

(3.1, 3.2, 3.3) $\rightarrow$ (1.3, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3).

Das bedeutet ferner folgendes: Matrizentranspositionen wie z.B.

2	1	0
2	1	1
2	2	2

sind qualitativ äquivalent mit der ursprünglichen qualitativen Matrix, und dies gilt auch für alle anderen Formen von Ordnungen wie der Reflexion

2	1	0
2	1	1
2	2	2,

denn aus der Ortsfunktionalität der Peanozahlen folgt eine Art von Normalformoperator (wie er innerhalb der Mathematik der Qualitäten von Kronthaler [1986] definiert worden war), der solche Matrizen sogleich in die Ursprungsmatrix zurückführt. Während allerdings bei den qualitativen Zahlen der Mathematik der Qualitäten $(1.1) = (2.2) = (3.3)$ wäre, da sie durch gleiche Kenogramme darstellbar sind und diese der Wertbelegung vorangehen, bleibt die grundlegende kategoriale Differenz der Semiotik selbstverständlich erhalten, denn ohne diese wäre ein Zeichen nicht mehr definierbar und vor allem wären Zeichen und Objekt nicht mehr unterscheidbar. Umgekehrt gilt allerdings in der ortsfunktionalen Arithmetik $(1.2) = (2.1)$, $(1.3) = (3.1)$ und $(2.3) = (3.2)$, da duale Subrelationen sich nur durch ihre ontischen Orte unterscheiden, während solche Zahlen, da für sie verschiedene Kenogrammordnungen benötigt werden, bei Tritozahlen unterschieden werden müßten.

Da die qualitative Matrix also mit der Menge $P = (0, 1, 2)$ und d.h. ohne kartesische Produktbildung für Subzeichen, auskommt, genügen auch die beiden Morphismen α und β , die in diesem Fall durch

$$\alpha := (0 \rightarrow 1)$$

$$\beta := (1 \rightarrow 2)$$

definiert werden, und es gibt also weder komponierte noch konverse Morphismen. Vor allem aber gibt es keine identitiven Morphismen, denn die Hauptdiagonale der qualitativen Matrix koinzidiert ja wegen der weiteren Koinzidenz von qualitativer Prim- und Subzeichenrelation mit ersterer. Das dürfte nicht erstaunen, denn die identitiven Morphismen garantieren bei algebraischen Kategorien die Gültigkeit der 2-wertigen aristotelischen Logik, und diese wiederum garantiert die reine Quantität sowohl der Logik als auch aller auf ihr basierenden Systeme, in Sonderheit also der Mathematik und der Semiotik. Wird die Semiotik aber vermöge Ortsfunktionalität qualitativ, fällt

Identität weg, d.h. Selbstabbildungen der Form $(0 \rightarrow 0)$, $(1 \rightarrow 1)$ und $(2 \rightarrow 2)$ können gar nicht auftreten.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Ortsfunktionalität semiotischer Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2015

6.6.2015